Andreas Dedner
dedner@mathematik.uni-freiburg.de
Assistent: Julien Diaz

Übung zur Vorlesung

Numerik partieller Differentialgleichungen

WS 2006/2007 — Blatt 11 (26.01.2007, Abgabe 02.02.2007)

Aufgabe 1
Sei $\hat{T}$ das Referenzdreieck im $\mathbb{R}^2$ und seien die *Baryzentrischen* Koordinaten $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2 \in P_1(\hat{T})$ gegeben durch $\lambda_0 = 1 - x - y, \lambda_1 = x, \lambda_2 = y$. Definiere die *Bubble Function* $\hat{\psi} := 27\lambda_0\lambda_1\lambda_2$. Sei $\hat{P} \subset H^1(\hat{T})$ endlichdimensional; dann zeige, dass eine Konstante C existiert mit

$$C^{-1}\|\hat{v}\|_{L^2(\hat{T})} \leq \|\hat{v}\hat{\psi}\|_{H^1(\hat{T})} \leq C\|\hat{v}\|_{L^2(\hat{T})}$$

für alle $\hat{v} \in \hat{P}$. Sei nun T ein Element einer Triangulierung und $\psi_T := \hat{\psi} \circ F_T^{-1}$ die übliche Transformation der Funktion $\hat{\psi}$. Zeigen Sie nun:

$$C^{-1}\|v\|_{L^2(T)} \leq \|v\psi_T\|_{L^2(T)} + h_T|v\psi_T|_{H^1(T)} \leq C\|v\|_{L^2(T)}$$

für alle $v \in P \subset H^1(T)$ mit P endlichdimensional und C unabhängig von h_T.
Hinweis: Verwenden Sie Normäquivalenz auf dem endlichdimensionalen Teilraum $\hat{P}$ für die erste Aussage und das Skalierungsargument aus der Vorlesung für die zweite.