

1. Zeige, dass eine Klasse  $\mathbb{K}$  von Teilmengen von  $X$ , die den Bedingungen

- (a)  $\emptyset \in \mathbb{K}$ ,
- (b) aus  $A, B \in \mathbb{K}$  folgt  $A - B \in \mathbb{K}$ ,
- (c) jede abzählbare Vereinigung von paarweise disjunkten Mengen aus  $\mathbb{K}$  ist in  $\mathbb{K}$ ,
- (d)  $X \in \mathbb{K}$

genügt, ist eine  $\sigma$ -Algebra.

2. Gehören die halboffenen Intervalle  $[a, b)$  zu den Borelmengen von  $\mathbb{R}$ ?

3.  $\{\nu_n\}_{n=1}^{\infty}$  sei eine Folge von Massen auf der  $\sigma$ -Algebra  $\mathbb{K}$ . Zeige, dass  $\sum_1^{\infty} \nu_n(E)$  ein Mass ist auf  $\mathbb{K}$ .

4. Zeige, dass für Lebesguesche Integrale gilt:

$$\int_D (\alpha f + \beta g) dx = \alpha \int_D f dx + \beta \int_D g dx .$$

5. Ist eine Riemann integrierbare Funktion auf einem kompakten Intervall auch Lebesgue integrierbar?

6. Existiert  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$  im uneigentlichen Sinn? Existiert das Integral auch im Lebesgueschen Sinn?