Reelle Analysis **Wintersemester 2002/03**
Serie 3

Vorlesung: Prof. C. Bandle Übung: J. Horák, S. Stingelin

1. Unter welchen Bedingungen hat die Differentialgleichung

$$f(x,y)\mathrm{d}x + g(x,y)\mathrm{d}y = 0$$

einen integrierenden Faktor der Form $\mu = \mu(x+y)$?

2. Löse die Gleichungen

   * (a) $y' = \dfrac{(1+y)^2}{x(y+1)-x^2}$,

   (b) $xy' - 4y - x^2\sqrt{y} = 0$.

* 3. Gesucht sind diejenigen Kurven mit der Eigenschaft, dass der Tangentenabschnitt zwischen der x-Achse und der Geraden $y = ax+b$ vom Berührungspunkt halbiert wird.

* 4. (a) Ist $f(x,y) = xy^{1/3}$ im Kreis $\{x^2+y^2 \leq 1\}$ Lipschitz stetig bez. x (bez. y)?

   (b) Zeige, dass jede stetig differenzierbare Funktion auf einer kompakten Menge Lipschitz ist.

* 5. Berechne die ersten drei Iterationen von

$$\begin{aligned} y'(x) &= y(x)\,z(x) \ , \\ z'(x) &= 1 + y(x) \end{aligned}$$

mit $y(0) = 1$, $z(0) = 0$.

6. Bei trockener Reibung hat man die Differentialgleichung

$$\ddot{y} + y + \mathrm{sign}(\dot{y}) = 0 \ .$$

Diskutiere das Verhalten der Lösungen in der $(y, \dot{y})$-Ebene.

Abgabe: 12. November 2002

* Übungen für die Physiker (2 CP).