Reelle Analysis **Wintersemester 2002/03**
Serie 5

Vorlesung: Prof. C. Bandle Übung: J. Horák, S. Stingelin

* 1. Betrachte das homogene System

$$\dot{y} = A(t)y \ , \qquad t \in \mathbb{R} \ .$$

   (a) Zeige, dass ein Fundamentalsystem existiert mit $Y(0) = I$.

   (b) Zeige, dass für zwei beliebige Fundamentalsysteme $Y_1(t)$ und $Y_2(t)$ gilt: $Y_1(t) = Y_2(t)C$.

2. Wann besitzt das System

$$\dot{y} = Ay + b \ , \qquad A, b \text{ konstant}$$

unendlich viele periodische Lösungen?

* 3. Löse das System

$$\begin{aligned} 4\dot{x} - \dot{y} + 3x &= \sin t \\ \dot{x} + y &= \cos t \ . \end{aligned}$$

Gibt es eine periodische Lösung?

4. Betrachte das System

$$\dot{y} = [I + B(t)]y \ .$$

Gib eine Bedingung an $B(t)$ an, die sicherstellt, dass alle Lösungen für $t \to \pm\infty$ beschränkt bleiben.

(Wink: Fasse $B(t)y$ als inhomogenen Term auf und benütze die Variation der Konstanten.)

* 5. Bestimme die Anzahl periodischer Lösungen der folgenden Riccattigleichungen:

   (a) $\dot{y} = (y^2 + 1)(2 + \sin t)$,

   (b) $\dot{y} = y^2 \sin t$,

   (c) $\dot{y} = y^2(2 + \sin t)$.

6. Gib eine Abschätzung für nichtnegative stetige Lösungen u von

$$u(t) \leq c + \int_0^t u^p \mathrm{d}s \ , \quad p > 1 \ .$$

Abgabe: 26. November 2002

* Übungen für die Physiker (2 CP).