Reelle Analysis — Wintersemester 2002/03
Serie 8

Vorlesung: Prof. C. Bandle — Übung: J. Horák, S. Stingelin

* 1. (a) Berechne die Lösungen von

$$u''(x) = f(x) \quad \text{in } (0,1), \quad u(0) = u'(1) = 0.$$

(b) Stelle diese in der Form

$$u(x) = -\int_0^1 \tilde{G}(x,y) f(y) \mathrm{d}y$$

dar. Gib die Greensche Funktion $\tilde{G}$ an.

2. Für welche λ hat das Problem

$$u'' + \lambda u = f \quad \text{in } (0,2), \quad u(0) = u(2) = 0$$

keine Greensche Funktion?

* 3. Betrachte die Heaviside Funktion

$$H_a(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x > a \\ 0 & \text{für } x \leq a \end{cases}.$$

(a) Ist sie differenzierbar?

(b) Berechne durch partielle Integration den formalen Ausdruck

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_a'(x)\phi(x) \mathrm{d}x, \quad \text{wobei } \phi \in C_0^\infty(\mathbb{R}).$$

* 4. Ist $C([a,b])$ mit $\|f\|_1 = \int_a^b |f| \mathrm{d}x$

(a) ein linearer normierter Raum?

(b) ein Banachraum?

5. $(\mathcal{B}_i, \|\cdot\|_i)$, $i = 1,2$ seien zwei Banachräume. Gib eine geeignete Norm $\|\cdot\|$ an, so dass $(\mathcal{B}_1 \times \mathcal{B}_2, \|\cdot\|)$ ein Banachraum ist.

Abgabe: 14. Januar 2003

* Übungen für die Physiker (2 CP).